

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 將正方形 $ABCD$ 的每一條邊各自標上 1、2、3 中的某一個數，使得任兩條相鄰的邊，都標有恰好差 1 的兩個數。滿足這種條件的標示法總共有多少種？

- (1) 2
- (2) 4
- (3) 6
- (4) 8
- (5) 10

2. 坐標平面上， x 坐標與 y 坐標皆為整數的點稱為「格子點」。設 n 為正整數，已知在第一象限且滿足 $x + 2y \leq 2n$ 的格子點 (x, y) 的數目為 a_n 。則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 0
- (2) 1
- (3) $\frac{4}{3}$
- (4) 2
- (5) 4

二、多選題（占 40 分）

說明：第 3 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 針對某 50 人的班級調查喝飲料的習慣，發現其中習慣半糖（糖份減半）的有 37 人，而習慣去冰（不加冰塊）的有 28 人。現在若隨機抽問該班一位同學，他喝飲料的習慣是半糖且去冰的機率有可能是下列哪些選項？

- (1) 0.28
- (2) 0.46
- (3) 0.56
- (4) 0.66
- (5) 0.74

4. 半導體產業的摩爾定律認為「積體電路板可容納的電晶體數目每兩年增加一倍」。用 $f(t)$ 表示從 $t=0$ 開始，電晶體數目隨時間 t 變化的函數，並假設 $f(0)=1000$ 。下面選項中，請選出可以代表摩爾定律的公式。

- (1) 若 t 以年為單位，則 $f(t)=1000+\frac{1000}{2}t$
- (2) 若 t 以月為單位，則 $f(t)=1000+\frac{1000}{24}t$
- (3) 若 t 以年為單位，則 $f(t)=1000\cdot(\sqrt{2})^t$
- (4) 若 t 以年為單位，則 $\log f(t)=3+\frac{\log(\frac{3t}{2}+1)}{2}$
- (5) 若 t 以月為單位，則 $\log f(t)=3+\frac{\log 2}{24}t$

5. 下表是兩年前三種零食分別在兩間超市的單價：(單位：元／包)

	超市甲	超市乙
蘇打餅	30	28
薯片	55	50
魷魚絲	70	66

上表以單價矩陣 $\begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$ 表示。如果這兩間超市都以每年 3% 的比例調漲物品的

價格，請問下列哪些選項的計算結果可以代表現在這些零食在這兩間超市的單價矩陣？

(1) $2 \cdot (1.03) \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

(2) $(1.03)^2 \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 2 \cdot (1.03) & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot (1.03) & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot (1.03) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} 1.03 & 0 & 0 \\ 0 & 1.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1.03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.03 & 0 \\ 0 & 1.03 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \\ (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \\ (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

6. 設 $f(x)$ 為一實係數多項式，且 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)^2$ 的餘式為 $(x-2)^2 + g(x)$ ，其中 $g(x)$ 為一次多項式。請選出正確的選項。
- (1) 若知道 $f(1)$ 及 $f(2)$ ，則可求出 $g(x)$
 - (2) $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式是 $g(2)$
 - (3) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式是 $g(1)$
 - (4) $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ 的餘式是 $g(x)$
 - (5) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式是 $x-2+g(x)$

7. 下表是某國在 2009 年至 2015 年間，運動選手的人數統計：

年份	男生	女生
2009	3410	1950
2010	3420	2000
2011	3540	2240
2012	3710	2370
2013	3830	2650
2014	3920	2780
2015	3990	2860

關於該國運動選手，請根據這張表選出正確的敘述。

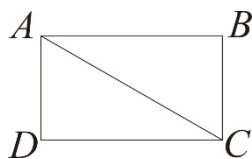
- (1) 從 2009 年到 2015 年，男運動選手增加的總人數比女運動選手增加的總人數多
- (2) 從 2009 年到 2015 年，平均一年增加了 580 名男運動選手
- (3) 從 2009 年到 2015 年，男女運動選手人數差距逐年持續縮小
- (4) 如果分別計算男女運動選手人數對年份的迴歸直線（最適直線），則男生的直線斜率小於女生的直線斜率
- (5) 在 2009 年到 2015 年共 7 年中，全國平均一年有超過 6000 名運動選手

三、選填題（占 24 分）

說明：1.第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（8-17）。
2.每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若 a 為整數，且 $y = -7x^2 + ax + \frac{1}{3}$ 的圖形與 x 軸的兩個交點都介於 $x = -1$ 與 $x = 1$ 之間，則滿足這樣條件的 a 有 ⑧ ⑨ 個。

B. 如圖，長方形 $ABCD$ 中 $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = |\vec{AC}|$ ，則 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} =$ ⑩ ⑪。



C. 某校數學教師針對高三學生隨機選出 30 名男學生及 20 名女學生，做新教材適應性的調查，每一位學生都要填答，且只能填答適應或不適應。結果有 35 名學生填答無法適應新教材內容。假設學生性別與適應狀況獨立，請完成下列表格，使其最能符合上述假設。

適應狀況 性別	適應	不適應 (35 人)
男生 (30 人)	<u>⑫</u> 人	<u>⑬</u> <u>⑭</u> 人
女生 (20 人)	<u>⑮</u> 人	<u>⑯</u> <u>⑰</u> 人

——— 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 ———

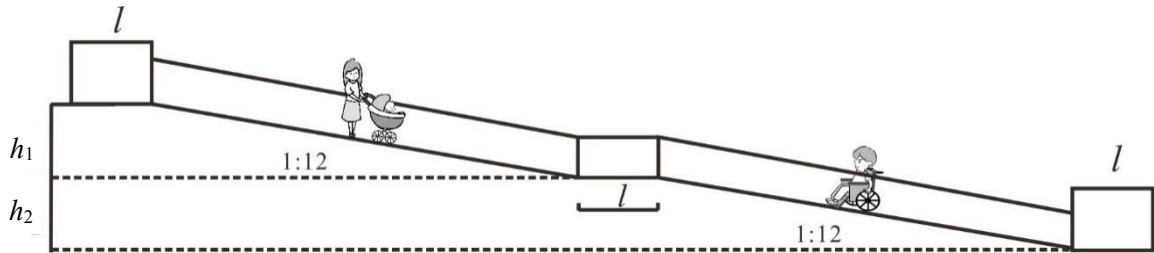
第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

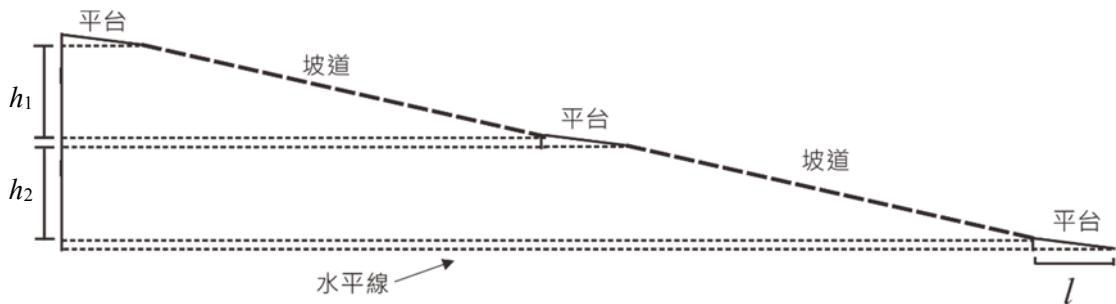
一、根據內政部營建署《建築物無障礙設施設計規範》，無障礙通路之設計需符合以下規定。

- 坡道之坡度（高度與水平長度之比值）不得大於 $\frac{1}{12}$ 。
- 坡道之起點及終點，應設置長、寬各 150 公分以上之平台。此處的長，指的是水平長度，而非斜面的長度。
- 坡道的中間應設置適當數量的平台，使得每段坡道的高差不超過 75 公分，且平台的水平長度至少 150 公分。
- 各平台之坡度不得大於 $\frac{1}{50}$ 。

圖一與圖二為側面示意圖，圖一摘自此規範書，圖二為圖一的簡明版，其中 $l \geq 150$ ， $h_1, h_2 \leq 75$ ；坡道之坡度相當於坡道斜率之絕對值。



圖一



圖二

依上述規定，一條升高 2 公尺的無障礙坡道，在無轉彎的條件下，其最小可能的水平長度（含平台）為多少公尺？（12 分）

二、某航空公司因機械故障而停飛，致使平安旅行社原來預定搭此航空公司班機返台的 25 位旅客，被迫滯留在當地。領隊經詢問後得知，另外三家航空公司飛往台灣近期的機位已滿，都必須等待，當時有三種方案可以將旅客送回台灣如下表（表中的數據是以每人為單位）。例如 A 方案，旅行社必須負擔每人 4500 元的食宿費加上 400 元的轉機價差。

方案	食宿費	轉機價差	返台所需等待時間
A 轉搭甲航空公司的班機	4500 元	400 元	3 天
B 轉搭乙航空公司的班機	5500 元	200 元	4 天
C 轉搭丙航空公司的班機	8000 元	0 元	6 天

註：轉機價差是指「轉搭其他航空公司的班機」所需補的票價差額。

領隊向旅行社報告後，旅行社同意領隊可以使用下列經費來解決此事件：食宿費總共最多 150000 元，轉搭其他航空公司班機的轉機價差總共最多 8000 元。試問在經費允許的條件下，要如何分配採用 A、B、C 這三種方案的人數，才能使全部旅客返回台灣所用的等待總人天數最少？所謂等待總人天數是採用各方案的人數乘以等待的天數之總和，例如：若採用 A、B、C 方案的人數分別為 8、10、7 人，則等待總人天數為 $8 \times 3 + 10 \times 4 + 7 \times 6 = 106$ （人天）。如果領隊規劃 x 人轉搭甲航空公司的班機、 y 人轉搭乙航空公司的班機，其餘的旅客轉搭丙航空公司的班機，由下列步驟，求出全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。(4 分)
- (2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。(4 分)
- (3) 求全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。(4 分)

104 學年度指定科目考試
數學乙考科選擇（填）題答案

題號		答案
1		4
2		2
3		2,3
4		3,5
5		2,4
6		1,2,4
7		4,5
A	8	1
	9	3
B	10	1
	11	2
C	12	9
	13	2
	14	1
	15	6
	16	1
	17	4

104 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題參考答案

數學乙的題型有選擇、選填與非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。

數學科試題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請參見本中心將於 8 月 15 日出刊的《選才電子報》。

104 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題各大題的參考答案說明如下：

第一題

解法：

1. 高度差為 200 公分，要有最短水平距離，則所有平台的坡度須恰好為 $\frac{1}{50}$ ，且所有坡道的坡度須恰好為 $\frac{1}{12}$ 。因為平台的坡度 $\frac{1}{50}$ 小於坡道的坡度 $\frac{1}{12}$ ，要得到最短水平長度就必須極小化平台的水平長度，也就是極小化平台的高度差。
2. 每一個平台水平距離至少為 150 公分，也就是每一個平台的高度差至少為 $150 \times \frac{1}{50} = 3$ 公分。可以觀察：
 - (1) 當高度不超過 6 公分時，只能設置一個平台。
 - (2) 當高度差超過 6 公分，但不超過 $3 + 75 + 3$ 公分時，可以設置前後兩個各 150 公分的平台，中間一個坡道。
 - (3) 當高度差超過 $3 + 75 + 3$ 公分，但不超過 $3 + 75 + 3 + 75 + 3$ 公分時，可以設置前後兩個各 150 公分的平台，中間兩個坡道以及一個 150 公分的平台。
 - (4) 當高度差超過 $3 + 75 + 3 + 75 + 3$ 公分，但不超過 $3 + 75 + 3 + 75 + 3 + 75 + 3$ 公分時，可以設置前後兩個各 150 公分的平台，中間三個坡道以及兩個 150 公分的平台。

因此，高度差 200 公分須設置四個各 150 公分的平台以及三個坡道。

3. 四個 150 公分的平台會升高 $3 \times 4 = 12$ 公分，剩下的 $200 - 12 = 188$ 公分的高度由坡道來提供，所以坡道的水平長度為 $188 \times 12 = 2256$ 公分。因此水平總長度為 $2256 + 150 \times 4 = 2856$ 公分，也就是 28.56 公尺。

第二題

解法：

(1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數

$$\text{不等式：} \begin{cases} 4500x + 5500y + 8000(25 - x - y) \leq 150000 \\ 400x + 200y \leq 8000 \\ x + y \leq 25 \\ x, y \geq 0 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} 7x + 5y \geq 100 \\ 2x + y \leq 40 \\ x + y \leq 25 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{目標函數：} f(x, y) = 3x + 4y + 6(25 - x - y) = 150 - 3x - 2y$$

亦可寫成

$$\text{不等式：} \begin{cases} 4500x + 5500y + 8000z \leq 150000 \\ 400x + 200y \leq 8000 \\ x + y + z = 25 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} 9x + 11y + 16z \leq 300 \\ 2x + y \leq 40 \\ x + y + z = 25 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

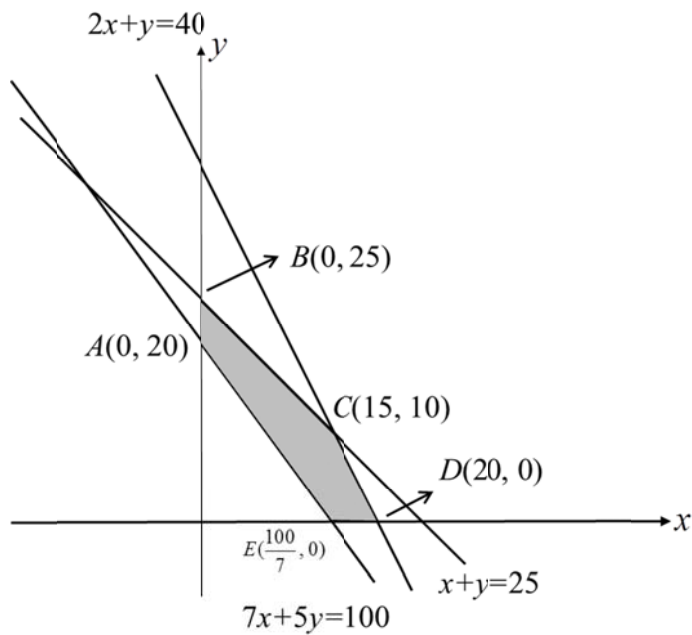
$$\text{目標函數：} f(x, y, z) = 3x + 4y + 6z$$

(2) 求可行解區域的所有頂點的坐標

寫出正確頂點坐標 $A(0, 20)$, $B(0, 25)$, $C(15, 10)$, $D(20, 0)$, $E(\frac{100}{7}, 0)$

(3) 求全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數

【解法一：頂點法】

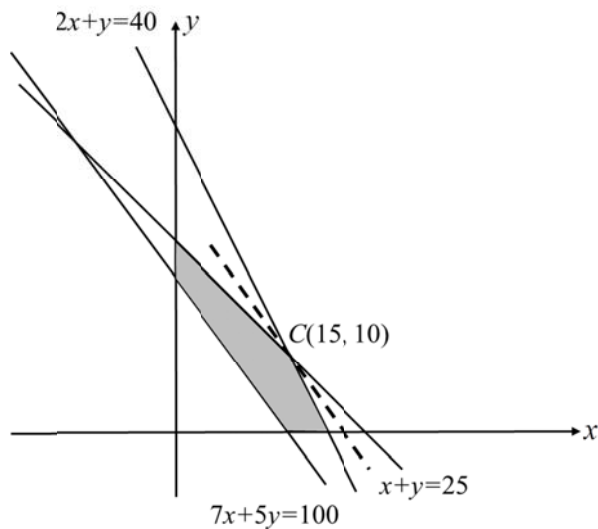


1. 將 A, B, C, D, E 頂點代入目標函數中

頂 點	$A(0, 20)$	$B(0, 25)$	$C(15, 10)$	$D(20, 0)$	$E(\frac{100}{7}, 0)$
$f(x, y) = 150 - 3x - 2y$	110	100	85	90	$\frac{750}{7}$

2. 當 $x = 15, y = 10$ 時， $f(15, 10) = 85$ 為最少等待總人天數

【解法二：平行線法】



1. 畫出一條過 $C(15,10)$ 且與直線 $150 - 3x - 2y = k$ 平行的直線，如圖。或比較直線 $150 - 3x - 2y = k$ 的斜率 $m = -\frac{3}{2}$ 介於 -1 與 -2 之間，即寫出 $-2 < -\frac{3}{2} < -1$
2. 當 $x = 15, y = 10$ 時， $f(15,10) = 85$ 為最少等待總人天數。