

大學入學考試中心
105 學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{8}$ 與第 19 列的 $\frac{8}{8}$ 畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\frac{-}{50}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{50}$ 畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{+}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列哪一個選項是方程式 $7x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = 0$ 的根？

- (1) -1 (2) $\frac{1}{7}$ (3) $-\frac{1}{7}$ (4) $\frac{2}{7}$ (5) $-\frac{2}{7}$

2. 考慮有理數 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 為正整數且 $1 \leq mn \leq 8$ 。則這樣的數值（例如 $\frac{1}{2}$ 與 $\frac{2}{4}$ 同值，只算一個）共有幾個？

- (1) 14 個 (2) 15 個 (3) 16 個 (4) 17 個 (5) 18 個

3. 坐標平面上有兩向量 $\vec{u} = (5, 10)$, $\vec{v} = (-4, 2)$ 。請問下列哪一個向量的長度最大？

(1) $-3\vec{u}$

(2) $6\vec{v}$

(3) $-2\vec{u} - 5\vec{v}$

(4) $2\vec{u} - 5\vec{v}$

(5) $\vec{u} + 7\vec{v}$

二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設 $f(x)$ 為一未知的實係數多項式，但知道 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)^2$ 的餘式為 $5x^2 + 6x + 7$ 。根據上述所給條件，請選出正確的選項。

(1) 可求出 $f(0)$ 之值

(2) 可求出 $f(11)$ 之值

(3) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)^2$ 的餘式

(4) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-6)^2$ 的餘式

(5) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)$ 的餘式

5. 甲先生、乙先生、丙先生、丁先生四位男士以及 A 小姐、 B 小姐、 C 小姐、 D 小姐四位女士想要混搭兩部計程車，每車載有四名乘客。已知：

- (一) 甲先生與 A 小姐同車
- (二) 乙先生與 B 小姐同車
- (三) C 小姐與 D 小姐 不同 車

請選出正確的選項。

- (1) A 小姐與 D 小姐必 不同 車
- (2) 甲先生與 B 小姐必 不同 車
- (3) 乙先生與丙先生必同車
- (4) 如果乙先生與丁先生同車，則丙先生與 B 小姐必同車
- (5) 如果 D 小姐與乙先生同車，則 C 小姐與 A 小姐必同車

6. 設 $a = 10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ， $b = a^{\sqrt{2}}$ 。請選出正確的選項。

- (1) $1 < a$
- (2) $a < \sqrt{3}$
- (3) $a^2 < b^{\sqrt{3}}$
- (4) $10^{0.4} < b < 10^{0.5}$
- (5) $(ab)^{\sqrt{2}} < 10$

7. 坐標平面上 O 為原點， P 點坐標為 $(1,0)$ ，直線 L 的方程式為 $x-2y=-4$ 。請選出正確的選項。

- (1) 在直線 L 上可以找到一點 A ，滿足向量 $\overrightarrow{OP}$ 與 $\overrightarrow{OA}$ 平行
- (2) 在直線 L 上可以找到一點 B ，滿足向量 $\overrightarrow{OP}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 垂直
- (3) 在直線 L 上可以找到一點 C ，滿足向量 $\overrightarrow{OC}$ 與 $\overrightarrow{PC}$ 垂直
- (4) 在直線 L 上可以找到一點 D ，滿足 $\overline{PD}=2$
- (5) 在直線 L 上可以找到一點 E ，滿足 $\triangle EOP$ 為等腰三角形

8. 某社區有一千位居民，其個人月所得少於 10,000 元者占 30%，介於 10,000 元及 20,000 元間者占 10%，介於 20,000 元及 40,000 元間者占 30%，介於 40,000 元及 80,000 元間者占 30%。請選出正確的選項。

- (1) 該社區個人月所得的中位數介於 20,000 元及 40,000 元間
- (2) 使用簡單隨機抽樣自該社區中抽出一位居民，其個人月所得在上述的四個區間中，以介於 10,000 元及 20,000 元間的機率最低
- (3) 該社區的個人月所得平均，不可能高過 40,000 元
- (4) 該社區的個人月所得平均，不可能低過該社區的個人月所得中位數
- (5) 若該社區新搬入一位居民，其月所得為 200,000 元，則該社區的個人月所得平均將增加，但增加量不會多過 200 元

三、選填題（占 18 分）

說明：第 A 至 C 題為選填題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9-18)。
每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 不透明袋中有三顆白球及三顆紅球。從袋中每次取出一球依序置於桌面，每次每顆球被取出的機率相同。全部取出後，前三顆球中有相鄰兩球同為白球的

機率為 $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10} \textcircled{11}}$ 。(請化為最簡分數)

- B. 設 x, c 為實數，方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & x \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 。已知 A 的反方陣恰好是 B 的 c 倍

(其中 $c \neq 0$)，則數對 $(x, c) = (\textcircled{12}, \frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14} \textcircled{15}})$ 。(請化為最簡分數)

C. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列。已知 $a_2 + a_4 + a_6 = 186$ ， $a_3 + a_7 = 110$ 。令 $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。

$$\text{則極限 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n^2} = \frac{\textcircled{16} \textcircled{17}}{\textcircled{18}} \text{。 (請化為最簡分數)}$$

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設隨機變數 X 表示投擲一不公正骰子出現的點數， $P(X=k)$ 表示隨機變數 X 取值為 k 的機率。已知 X 的機率分布如下表：(x, y 為未知常數)

k	1	2	3	4	5	6
$P(X=k)$	x	y	y	x	y	y

又知 X 的期望值等於 3。

(1) 試求 x, y 之值。(6 分)

(2) 投擲此骰子兩次，試求點數和為 3 的機率。(6 分)

- 二、某農業公司計畫向政府承租一筆平地和一筆山坡地，分別種植平地作物 A 和山坡地作物 B 。已知平地每一單位面積的年租金是 30 萬元，山坡地每一單位面積的年租金是 20 萬元；公司一年能夠提供土地租金的上限是 80 萬元。平地作物 A 的種植成本每單位面積一年是 40 萬元，山坡地作物 B 的種植成本每單位面積一年是 50 萬元；公司一年能夠提供種植成本的上限是 130 萬元。每年收成後，作物 A 每單位面積的利潤是 120 萬元，作物 B 每單位面積的利潤是 90 萬元。請問公司一年應租平地和山坡地各多少單位面積，收成後可以獲得最大利潤？又此時的最大利潤為何？（12 分）
- （註：所租土地的面積並不限制一定要是整數單位。）

105 學年度指定科目考試
數學乙考科選擇（填）題答案

題號		答案
1		4
2		4
3		1
4		4,5
5		2,5
6		1,3,4
7		1,2,5
8		1,2,5
A	9	7
	10	2
	11	0
B	12	3
	13	1
	14	1
	15	3
C	16	—
	17	7
	18	2

105 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題參考答案

數學乙的題型有選擇、選填與非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。

數學科非選擇題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請參見本中心將於 8 月 15 日出刊的《選才電子報》。

105 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題各大題的參考答案說明如下：

第一題

解法：

第(1)小題

1. 機率總和： $x + y + y + x + y + y = 1$ （或 $2x + 4y = 1$ ）

2. 期望值： $x + 2y + 3y + 4x + 5y + 6y = 3$ （或 $5x + 16y = 3$ ）

3. 解得 $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{12}$

第(2)小題

1. 指出有 (1,2) (2,1) 兩種狀況

2. 寫出 $2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{18}$ 或 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

第二題

設租平地 x 單位、租山坡地 y 單位。

(一)頂點法：

1. 限制條件：

$$\begin{cases} 30x + 20y \leq 80 \\ 40x + 50y \leq 130 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 3x + 2y \leq 8 \\ 4x + 5y \leq 13 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

2.目標函數： $P(x, y) = 120x + 90y$

3.求可行解區域的所有頂點的坐標 $A(\frac{8}{3}, 0)$, $B(2, 1)$, $C(0, \frac{13}{5})$, $O(0, 0)$

4.將頂點 A, B, C, O 代入正確目標函數或列表求其對應的目標函數值

(x, y)	$A(\frac{8}{3}, 0)$	$B(2, 1)$	$C(0, \frac{13}{5})$	$O(0, 0)$
$P(x, y) = 120x + 90y$	320	330	234	0

5.故租平地2單位、租山坡地1單位時，可獲到最大的利潤 $P(2, 1) = 330$ (萬元)

(二)平行線法：

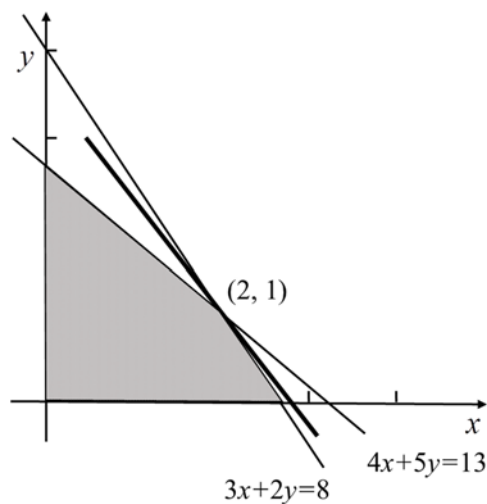
1.限制條件：

$$\begin{cases} 30x + 20y \leq 80 \\ 40x + 50y \leq 130 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 3x + 2y \leq 8 \\ 4x + 5y \leq 13 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

2.目標函數： $P(x, y) = 120x + 90y$

3.畫出正確的可行解區域（必須有可辨識區域的斜線或陰影及相關直線方程式）

又有標示出 $(2, 1)$



出現以下理由之一說明

(1) 畫出一條過 $(2, 1)$ 且與直線 $120x + 90y = k$ 平行的直線，如上圖。

(2) 比較直線 $120x + 90y = k$ 的斜率 ($m = \frac{-4}{3}$) 介於 $\frac{-3}{2}$ 與 $\frac{-4}{5}$ 之間，或直接寫

$$\frac{-3}{2} < \frac{-4}{3} < \frac{-4}{5}$$

4. 求 $P(2,1) = 330$ 知，租平地 2 單位、租山坡地 1 單位時，可獲到最大的利潤

$$P(2,1) = 330 \text{ (萬元)}$$