

財團法人大學入學考試中心基金會
114學年度分科測驗試題
數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 \square 與第 18-2 列的 \square 劃記，如：

18-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	±
18-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	±

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 \square 與第 19-2 列的 \square 劃記，如：

19-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	±
19-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	±

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占72分）

一、單選題（占30分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 試選出 $1.\bar{5} \times 5$ 的值。

- (1) $7.\bar{5}$
- (2) $7.\bar{6}$
- (3) $7.\bar{7}$
- (4) $7.\bar{8}$
- (5) $7.\bar{9}$

2. 坐標平面上，試問下列哪一個方程式的圖形是通過點(1,1)的圓？

- (1) $(x-1)^2 + y^2 = 1$
- (2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$
- (3) $3(x-1)^2 + y^2 = 1$
- (4) $x^2 + y^2 = 1$
- (5) $x^2 + 3y = 4$

3. 已知有兩個公正的六面骰子 A、B：

A 上的點數分別為 1、2、5、6、7、9，

B 上的點數分別為 1、3、4、5、6、9，

記錄 A、B 點數大小關係如下表所示。例如：A 與 B 的點數分別為 5 與 3，記錄為「A 大」；A 與 B 點數均為 5，記錄為「和局」。

		A					
		點數	1	2	5	6	7
B	1	和局	A 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	3	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	4	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	5	B 大	B 大	和局	A 大	A 大	A 大
	6	B 大	B 大	B 大	和局	A 大	A 大
	9	B 大	B 大	B 大	B 大	B 大	和局

今某人同時擲 A、B 兩骰子，則在 A 點數大於 B 點數的條件下，B 點數是 6 的機率為何？

- (1) $\frac{1}{6}$
- (2) $\frac{1}{9}$
- (3) $\frac{1}{16}$
- (4) $\frac{1}{18}$
- (5) $\frac{1}{32}$

4. 空間中有一個邊長為 1 的正立方體。點 O 為其中一個頂點，其餘 7 個頂點為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 。已知 $\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = 1$ 且 $\overline{OG} > 1$ ，試選出距離點 O 最遠的頂點。

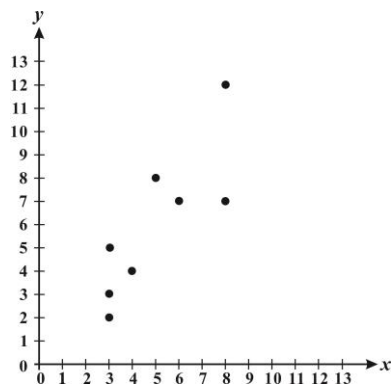
- (1) C
- (2) D
- (3) E
- (4) F
- (5) G

5. 某公司統計上週 8 家分店的來店人數 x (單位：百人) 及營業額 y (單位：萬元)，得到 8 筆數據 (x, y) ，記錄如下：

$(3, 3)$ 、 $(3, 5)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(4, 4)$ 、 $(5, 8)$ 、 $(6, 7)$ 、 $(8, 12)$ 、 $(8, 7)$ 。

在坐標平面上標出這 8 個點 (如圖所示)，推得這 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線)

方程式為 $y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{4}$ 。



公司想從另一個角度分析，將這 8 筆數據的來店人數、營業額各自從小到大排序，得到新的 8 筆數據 (x, y) 如下：

$(3, 2)$ 、 $(3, 3)$ 、 $(3, 4)$ 、 $(4, 5)$ 、 $(5, 7)$ 、 $(6, 7)$ 、 $(8, 8)$ 、 $(8, 12)$ 。

設新的 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線) 方程式為 $y = mx + b$ ，其中 m 、 b 為實數。根據上述，試選出正確的選項。

- (1) $m = \frac{5}{4}$ 且 $b = -\frac{1}{4}$
- (2) $m > \frac{5}{4}$ 且 $b > -\frac{1}{4}$
- (3) $m > \frac{5}{4}$ 且 $b < -\frac{1}{4}$
- (4) $m < \frac{5}{4}$ 且 $b > -\frac{1}{4}$
- (5) $m < \frac{5}{4}$ 且 $b < -\frac{1}{4}$

6. 試選出 $\sum_{k=1}^5 \log_7 \left(\frac{2k-1}{2k+1} \right)$ 的值。

- (1) $-\log 11$ (2) $\log 11$ (3) $\log \frac{11}{7}$ (4) $-\frac{\log 11}{\log 7}$ (5) $\frac{\log 11}{\log 7}$

二、多選題（占24分）

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。試選出正確的選項。

- (1) $A^2 = A$
(2) $A + B = B + A$
(3) $AB = BA$
(4) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
(5) $(A + B)^2 = 2(A + B)$

8. 平面上有一個三角形 ABC ，其中 $\angle A = 91^\circ$ 、 $\angle C = 29^\circ$ 。令 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 、 $\overline{AB} = c$ 。試選出正確的選項。

- (1) $a^2 > b^2 + c^2$
(2) $\frac{c}{a} > \sin 29^\circ$
(3) $\frac{b}{a} > \cos 29^\circ$
(4) $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} < \sqrt{3}$
(5) 三角形 ABC 的外接圓半徑小於 c

9. 有一個抽牌拿獎金活動，規則如下：

在一個不透明箱子中有 2 張標示金額「1000 元」的牌及 3 張標示金額「0 元」的牌。參加者從箱中隨機抽出一張牌，在不知道抽出牌標示的金額情況下，主持人再將一張標示金額「500 元」的牌放入箱中。此時參加者有以下兩種選擇：

- (一) 保留原先抽出的牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。
- (二) 放棄原先抽出的牌且不放回，再從箱中隨機抽出一張牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。

今某甲參加此活動，假設每張牌被抽中的機會均相等，試選出正確的選項。

- (1) 若某甲選擇 (一)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{3}{5}$
- (2) 若某甲選擇 (一)，則獲得獎金的期望值為 500 元
- (3) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金 1000 元的機率為 $\frac{2}{5}$
- (4) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{12}{25}$
- (5) 若某甲選擇 (二)，則獲得獎金的期望值為 420 元

三、選填題（占18分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 設 $i = \sqrt{-1}$ 。已知複數 $\frac{1-7i}{-1+i} = a+bi$ ，其中 a 、 b 為實數。

則 $a = \underline{\textcircled{10-1} \textcircled{10-2}}$ ， $b = \underline{\textcircled{10-3}}$ 。

11. 某洗衣機的行程必須從一、二、三、四、五共 5 種不同衣料擇一，搭配甲、乙、丙、丁共 4 種不同模式擇一，另有 A、B、C 共 3 種附加功能，每種附加功能可以自由選擇是否開啟，但是「第一種衣料」不可以與附加功能「A」同時使用。例如「第二種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「A」、「B」兩種附加功能為一個可以的行程；但「第一種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「A」、「B」兩種附加功能為一個不可以的行程。根據上述，此洗衣機共有 $\underbrace{\textcircled{11-1} \textcircled{11-2} \textcircled{11-3}}_{\text{個}}$ 個可以的行程。

12. 平面上有不共線的三點 A 、 B 、 C ，已知向量 \vec{AB} 與 \vec{AC} 的內積為 16，

$$\vec{CB} \text{ 與 } \vec{AC} \text{ 的內積為 } 3, \text{ 則 } \overline{AC} = \sqrt{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}} \text{。 (化為最簡根式)}$$

第貳部分、混合題或非選擇題（占28分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

設 $f(x)$ 為實係數三次多項式。已知函數 $y=f(x)$ 在 $x=-3$ 處有極小值；在 $x=1$ 處有極大值。根據上述，試回答下列問題。

13. 下列關於 $f''(-3)$ 和 $f''(1)$ 的敘述，試選出正確的選項。(單選題，3 分)

- (1) $f''(-3)=f''(1)=0$
- (2) $f''(-3)>0$ 且 $f''(1)>0$
- (3) $f''(-3)>0$ 且 $f''(1)<0$
- (4) $f''(-3)<0$ 且 $f''(1)>0$
- (5) $f''(-3)<0$ 且 $f''(1)<0$

14. 已知通過 $y=f(x)$ 圖形反曲點的切線斜率為 4，試求 $f'(x)$ 。(非選擇題，6 分)

15. 承 14 題，試求 $\int_{-3}^1 f'(x)dx$ 的值。(非選擇題，4 分)

16-18 題為題組

某人想在農地種植甲、乙兩種水果，並設定甲水果的種植面積（甲面積）、乙水果的種植面積（乙面積）符合以下三個條件：

- (一) 甲面積不超過 15 公畝。
- (二) 甲面積與乙面積的和不超過 24 公畝。
- (三) 甲面積不超過乙面積的 3 倍，且乙面積不超過甲面積的 2 倍。

設甲面積為 x 公畝、乙面積為 y 公畝。根據上述，試回答下列問題。

16. 試問下列哪一個選項的數對 (x,y) 會滿足上述的三個條件？(單選題，3 分)

- (1) (7,15) (2) (12,13) (3) (14,10) (4) (15,4) (5) (16,8)

17. 試將某人對甲面積、乙面積所設定的三個條件，以 x 、 y 的二元一次聯立不等式表示。(非選擇題，4 分)

18. 已知某人的農地收成時，甲水果每公畝可獲利 6 萬元、乙水果每公畝可獲利 7 萬元。試求某人種植甲、乙兩種水果的最大獲利為多少萬元？在答題卷求解區寫出計算過程，並在答題卷作圖區畫出可行解區域及標出其所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。(非選擇題，8 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$
首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，
算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$
5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，
相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$
最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$
6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$
7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$
8. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $Var(X) = np(1-p)$

114 學年度分科測驗
數學乙考科選擇（填）題答案

題號	答案	題號	答案	題號	答案	
1	3	10	10-1	—	13	3
2	1		10-2	4	14	/
3	2		10-3	3	15	/
4	5	11	11-1	1	16	3
5	3		11-2	4	17	/
6	4		11-3	4	18	/
7	1,2,5	12	12-1	1		
8	1,2		12-2	3		
9	1,4,5					

※答案「/」者，表示該題為非選擇題。

114 學年度分科測驗

數學乙考科非選擇題評分原則

數學乙考科的題型有選擇、選填與混合題(含非選擇題)。114 學年度分科測驗數學乙考科的非選擇題共有 4 題，包含第 14、15、17、18 題。其中第 14 題為 6 分；第 15 題為 4 分；第 17 題為 4 分；第 18 題為 8 分，總計 22 分。

非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理論證過程，答題時應清楚表達如何依據題設進行推論，並詳細說明解題過程，且得到正確答案，方可得到滿分。若能清楚表達如何依據正確題設進行推論，並詳細說明解題過程，但最後未求出正確答案，會依據解題概念的完整性，酌給部分分數。若未能依據正確題設進行推論，或未能詳細說明解題過程，則不予給分。例如沒有解題過程；或利用錯誤推論；或使用不符合題設的數據作答，均不給分。

數學科非選擇題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請參見本中心將於 9 月 15 日出刊的第 349 期《選才電子報》。

114 學年度分科測驗數學乙考科非選擇題各大題的滿分參考答案說明如下：

第 14 題

一、滿分參考答案：

根據題意，函數 $y=f(x)$ 在 $x=-3$ 處有極小值、 $x=1$ 處有極大值，可得

$$f'(-3)=f'(1)=0。$$

設 $f'(x)=a(x+3)(x-1)=a(x^2+2x-3)$ ，其中 $a \neq 0$ ，

因為三次函數的反曲點(對稱中心)為極大值與極小值發生位置的中點，得

$$\text{反曲點 } x \text{ 坐標為 } \frac{-3+1}{2}=-1，$$

再由題意知 $f'(-1)=4$ ，以 $x=-1$ 代入 $f'(x)=a(x+3)(x-1)$ 解得 $a=-1$ 。

$$\text{故 } f'(x)=-(x+3)(x-1)=-x^2-2x+3。$$

二、評分原則：

滿分：以下三項均須正確

1. 根據題意條件，得出 $f'(-3)=f'(1)=0$ 。

2. 根據題意及反曲點定義，得出反曲點 x 坐標為 -1 ，且得出 $f'(-1)=4$ 。

3. 得出 $f'(x)=-x^2-2x+3$ ，且過程正確。

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。

第 15 題

一、滿分參考答案：

$$\begin{aligned}\int_{-3}^1 f'(x)dx &= \int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3)dx \\ &= \left(-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x\right)\Big|_{-3}^1 = \left(-\frac{1}{3} - 1 + 3\right) - \left[-\frac{1}{3} \times (-27) - 9 + 3 \times (-3)\right] \\ &= \frac{32}{3}.\end{aligned}$$

二、評分原則：

滿分：以下兩項均須正確

1. 根據 $f'(x)=-x^2-2x+3$ ，求出 $f'(x)$ 的反導函數並以正確的上下限數值代入。

2. 求出定積分值為 $\frac{32}{3}$ ，且過程正確。

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。

第 17 題

一、滿分參考答案：

根據題設，甲面積為 x 公畝，乙面積為 y 公畝，其中 x, y 為非負實數。因此甲

面積、乙面積所設定的三個條件可以表示為聯立不等式：
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ y \leq 2x \end{cases}。$$

二、評分原則：

滿分

將三個題幹條件轉換成數學式，得出正確的聯立不等式。例如
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ y \leq 2x \end{cases}。$$

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。

第 18 題

一、滿分參考答案：

根據題意，得目標函數為 $P(x,y)=6x+7y$ ，依據聯立不等式
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ y \leq 2x \end{cases}，$$

得可行解區域是以 (0,0)、(15,5)、(15,9)、(8,16) 為頂點所圍成的四邊形。

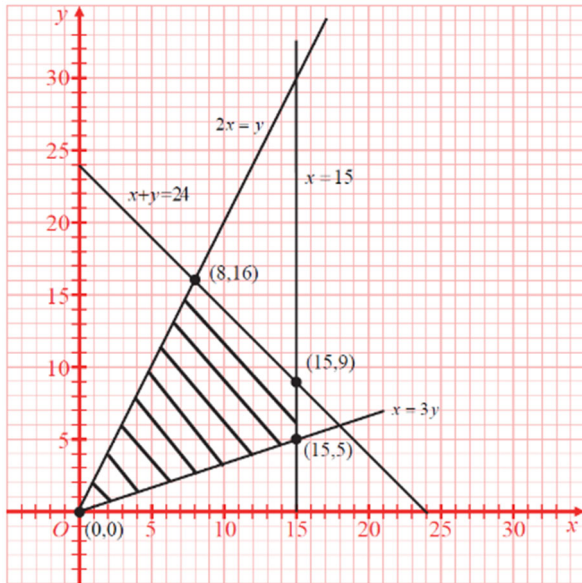
【解法一】頂點法

將可行解區域的頂點坐標代入目標函數

頂點 (x, y)	(0,0)	(15,5)	(15,9)	(8,16)
$P(x,y)=6x+7y$	0	125	153	160

比較頂點坐標分別代入目標函數後得到的數值之大小，得 $160 > 153 > 125 > 0$ 。

故當甲面積為 8 公畝、乙面積為 16 公畝時，可得最大獲利為 160 萬元。

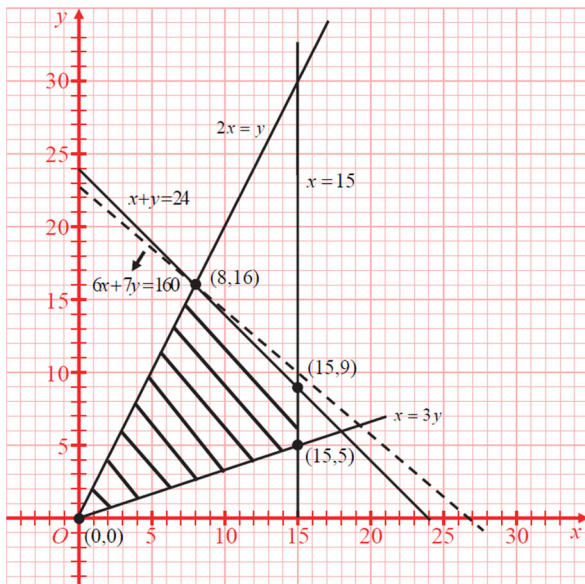


【解法二】 平行線法

設 $P(x,y)=6x+7y=k$ ， $k \geq 0$ ，則 $6x+7y=k$ 的斜率為 $-\frac{6}{7}$ 。

此外，由於直線方程式 $x+y=24$ 的斜率為 -1 ，

比較兩斜率 $-1 < -\frac{6}{7}$ ，由平行線法得，當 $x=8$ 、 $y=16$ 時，可得最大獲利為 160 萬元。



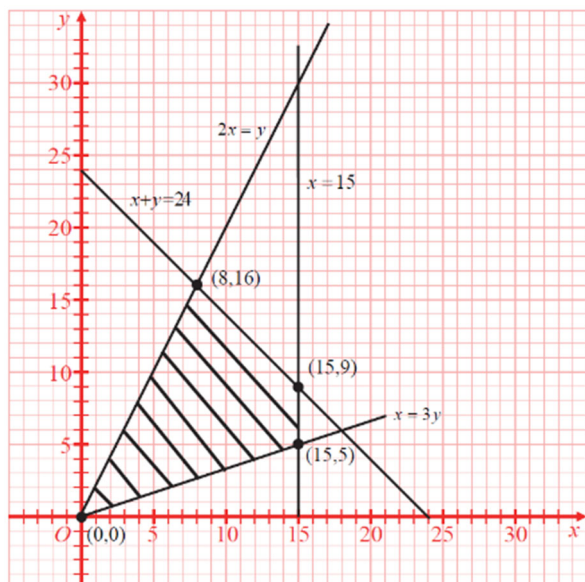
【解法三】 利用不等式

由 $y-2x \leq 0$ 及 $x+y \leq 24$ ，得 $6x+7y = \frac{1}{3}(y-2x) + \frac{20}{3}(x+y) \leq 160$ 。

故當 $\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 24 \end{cases}$ 成立，即 $x=8, y=16$ 時，得 $P(8,16)=160$ 。

且 $x=8, y=16$ 亦滿足 $x \leq 3y, x \leq 15$ ，故題意條件的不等式都滿足。

得最大獲利為 160 萬元。



二、評分原則：

滿分：以下三項均須正確

1. 根據題意條件，在作圖區畫出可行解區域(如滿分參考答案的附圖)。
2. 根據題意條件，得出正確的目標函數 $6x+7y$ 。
3. 以正確理由說明最大獲利為 160 萬元。例如：滿分參考答案的【解法一】須將四個頂點坐標代入目標函數，且得出四個正確的數值後，比較其大小關係；滿分參考答案的【解法二】須在作圖區正確畫出通過 $(8,16)$ ，且斜率為 $-\frac{6}{7}$ 的直線，並比較直線斜率 -1 與 $-\frac{6}{7}$ 之大小；滿分參考答案的【解法三】須由 $y-2x \leq 0$ 及 $x+y \leq 24$ 推得 $6x+7y \leq 160$ ，並說明當 $x=8, y=16$ 時，等號成立，且指出 $x=8, y=16$ 時滿足 $x \leq 3y, x \leq 15$ 。

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。